

УДК 371.335:51

ЕРИЛОВА Евгения Николаевна, аспирант кафедры методики преподавания математики, старший преподаватель кафедры математики института математики, информационных и космических технологий Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова. Автор 8 научных публикаций, в т. ч. двух учебных пособий

РЕАЛИЗАЦИЯ КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНОГО ПОДХОДА ПОСРЕДСТВОМ ИНТЕРАКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДЫ *GeoGebra*

В статье обосновывается актуальность использования когнитивно-визуального подхода в процессе обучения студентов инженерных специальностей и направлений подготовки высшей математике в вузе, рассматривается сущность данного подхода, а также его реализация в процессе преподавания вузовского курса математики с использованием программных продуктов образовательного назначения.

Кроме того, в статье рассматриваются возможности таких программных продуктов, как *Cabri Geometry*, *S.a.R.*, *GeoGebra*, *GeoNext*, и актуальность их использования при изучении различных тем курса математики. Среди вышеперечисленных программ образовательного назначения особенно выделяется *GeoGebra*. Интерактивная геометрическая среда (ИГС) *GeoGebra* была разработана австрийским математиком Маркусом Хохенвартером. Программа позволяет создавать наглядные представления различных математических объектов, что является актуальным при изучении математики и в настоящее время. В статье говорится об отличительных чертах интерактивной геометрической среды *GeoGebra* от других программных продуктов образовательного назначения, подробно описываются ее возможности, а также приводятся примеры использования программы для отображения изоморфных связей между разделами высшей математики.

Возможности *GeoGebra* могут быть использованы при изучении различных тем вузовского курса математики, но особенно актуально применение программы в ходе рассмотрения первых трех ее разделов (линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии) как единого содержательного модуля «Линейная математика», который построен на широком использовании изоморфных связей частных математических структур, составляющих содержание вышеназванных разделов. Также в статье указываются положительные стороны применения программных продуктов в образовательном процессе вуза как для преподавателей, так и для студентов.

Ключевые слова: когнитивно-визуальный подход, зрительно-познавательный подход, интерактивные геометрические среды, *GeoGebra*.

Современный этап общественного развития характеризуется как период становления информационного общества, основными чертами которого являются доминирование и проникновение информационных технологий во все сферы общественной жизни.

Эти изменения значительно повышают требования не только к уровню ИТ-компетентности выпускников инженерных направлений и специальностей вузов, но и к уровню их математического образования, обеспечивающего готовность к созданию собственных программно-аппаратных средств, к широкому использованию программного обеспечения при осуществлении инженерно-технических разработок, проведении модельных исследований, организации мониторинга технологических процессов.

Новые образовательные задачи, стоящие перед вузовским курсом математики (освоение новых разделов, овладение программными продуктами специального назначения), значительно повышают его «объективную» трудоемкость.

Одновременно с этим наблюдается процесс снижения качества подготовки абитуриентов, поступающих на программы, относящиеся к инженерной группе специальностей и направлений подготовки, что добавляет к объективной трудоемкости данного курса еще и «субъективную» трудоемкость.

Ситуацию усугубляет еще и то, что требованиями федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования значительно снижена доля аудиторных занятий (50 % и менее) в общем количестве учебных часов, выделяемых на изучение математики.

Традиционный подход к обучению математике в вузе, ориентированный на преимущественное использование возможностей абстрактно-логического мышления, в этих условиях не позволяет решить все поставленные задачи в отведенные сроки. Решение проблемы мы видим в возможностях, которые предоставляет когнитивно-визуальный подход обучения математике, развиваемый в

трудах В.А. Далингера и его последователей – О.О. Князевой, В.Г. Шантаренко, Д.Н. Шеховцевой и др.

В.А. Далингер раскрывает сущность данного подхода следующим образом: «Мы предлагаем строить процесс обучения математике на основе когнитивно-визуального (зрительно-познавательного) подхода к формированию знаний, умений и навыков, что позволяет максимально использовать потенциальные возможности визуального мышления. Одно из основных положений данного подхода – широкое и целенаправленное использование познавательной функции наглядности. Реализация когнитивно-визуального подхода в процессе обучения учащихся математике позволяет сконструировать визуальную учебную среду – совокупность условий обучения, в которых акцент ставится на использование резервов визуального мышления учащегося. Эти условия предполагают наличие как традиционных наглядных средств, так и специальных средств и приемов, позволяющих активизировать работу зрения» [1, с. 297].

Приведенная цитата показывает, что практическая реализация данного подхода требует широкого использования в образовательном процессе различных средств наглядности, которые выступают основой для развития визуального мышления обучающихся.

Необходимость применения когнитивно-визуального подхода при преподавании математики в школе и вузе обусловлена специфическим характером изучаемого материала. При изучении математики должно быть обеспечено разумное сочетание логического и наглядно-образного мышления, использование геометрических иллюстраций, наглядных образов.

Особенно актуальным является использование когнитивно-визуального подхода при обучении математике в вузе – в связи с тем, что материал, изучаемый в вузе, значительно сложнее школьного. Это в свою очередь требует от студентов развития способности формировать и распознавать более сложные математические образы, устанавливать изоморфные связи между

частными математическими структурами из различных разделов высшей математики.

Применительно к теории и методике обучения математике в вузе когнитивно-визуальный подход реализован в работах В.А. Далингера, А.И. Рыжкова, Н.В. Шукиной и др. по отношению к таким разделам вузовского курса математики, как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Аналитическая геометрия на плоскости», «Аналитическая геометрия в пространстве», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения».

Наиболее продуктивным, на наш взгляд, при обучении высшей математике является реализация когнитивно-визуального подхода через использование интерактивных геометрических сред – программных продуктов образовательного назначения, которые позволяют создавать динамические образы математических объектов, исследовать устойчивость и изменчивость их свойств.

«ИГС позволяют выполнять геометрические построения на компьютере таким образом, что при изменении одного из геометрических объектов чертежа остальные также изменяются, сохраняя заданные между собой соотношения неизменными. Кроме указанной отличительной черты интерактивных геометрических сред они обладают также возможностями более наглядного оформления чертежа, анимации и др.

Система операций интерактивных геометрических сред совпадает с системой операций, характерной для самой геометрии (построить прямую, проходящую через точку; провести окружность заданного радиуса с центром в точке А и т. д.). При этом ИГС обладают расширенным по сравнению с геометрией “на бумаге” набором элементарных операций (включающим, например, деление отрезка пополам или вписывание треугольника в окружность).

Это, во-первых, дает возможность учащимся знакомиться с математическими поня-

тиями прямо в процессе работы, выявляя их существенные характеристики, получая “интуитивный опыт”.

А во-вторых, значительно упрощает построение модели геометрической задачи, т. к. единственное, что требуется, – последовательно выполнять в интерактивной геометрической среде операции, указанные в качестве условий задачи» [2, с. 177].

Более полно реализовать все названные возможности интерактивных геометрических сред в обучении высшей математике позволяют следующие программные продукты: *Cabri Geometry, C.a.R., GeoGebra, GeoNext*. В настоящее время вузовскими преподавателями создано уже достаточно большое количество цифровых образовательных ресурсов, основанных на этих программных продуктах¹.

Среди названных ИГС выделяется *GeoGebra*. В отличие от других программ для динамического манипулирования геометрическими объектами идея *GeoGebra* заключается в интерактивном сочетании геометрического, алгебраического и числового представления. Можно создавать конструкции с точками, векторами, линиями, коническими сечениями, а также математическими функциями, а затем динамически изменять их.

Кроме того, *GeoGebra* позволяет напрямую вводить уравнения, неравенства, их системы и совокупности, манипулировать координатами. Таким образом, можно легко составлять графики функций, работать со слайдерами для подбора необходимых параметров, искать символические производные и использовать мощные команды вроде разложения функции в ряд и последовательности.

Названные возможности *GeoGebra* могут быть использованы при изучении студентами первых разделов вузовского курса математики: линейной, векторной алгебры и аналитической геометрии как единого содержательного модуля

¹*GeoGebra*: <http://www.geogebra.org/cms/>, *Cabri Geometry*: <http://www.cabri.com/>, *GeoNext*: <http://geonext.uni-bayreuth.de/index.php?id=2254>, *C.a.R.*: http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_en.html.

«Линейная математика», построенного на широком использовании изоморфных связей частных математических структур, составляющих содержание названных разделов.

Докажем возможность использования *GeoGebra* в качестве средства визуализации изоморфных связей вышеперечисленных разделов высшей математики. Одним из основных понятий линейной алгебры является понятие «матрица». Программа *GeoGebra* позволяет создать динамический геометрический образ матрицы размера 2×2 $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$. Им, как известно, является система двух векторов: $\overrightarrow{OA_1}(a_1; b_1)$ и $\overrightarrow{OA_2}(a_2; b_2)$ (рис. 1).

На рисунке видно, что в общем случае они задают треугольник ΔA_1OA_2 , площадь которого

равна половине модуля определителя матрицы

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

Используя динамичность созданного образа, добьемся пропорциональности строк матрицы (рис. 2).

На рисунке видно, что геометрическим образом такой матрицы является система двух коллинеарных векторов. Такие векторы (если они имеют общее начало) задают не треугольник, а пару отрезков одной прямой. Это объясняет студентам причины равенства нулю определителя матрицы с пропорциональными строками: $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ ka_1 & kb_1 \end{vmatrix} = 0$.

Использование подобных визуализаций позволяет не только облегчить понимание студен-

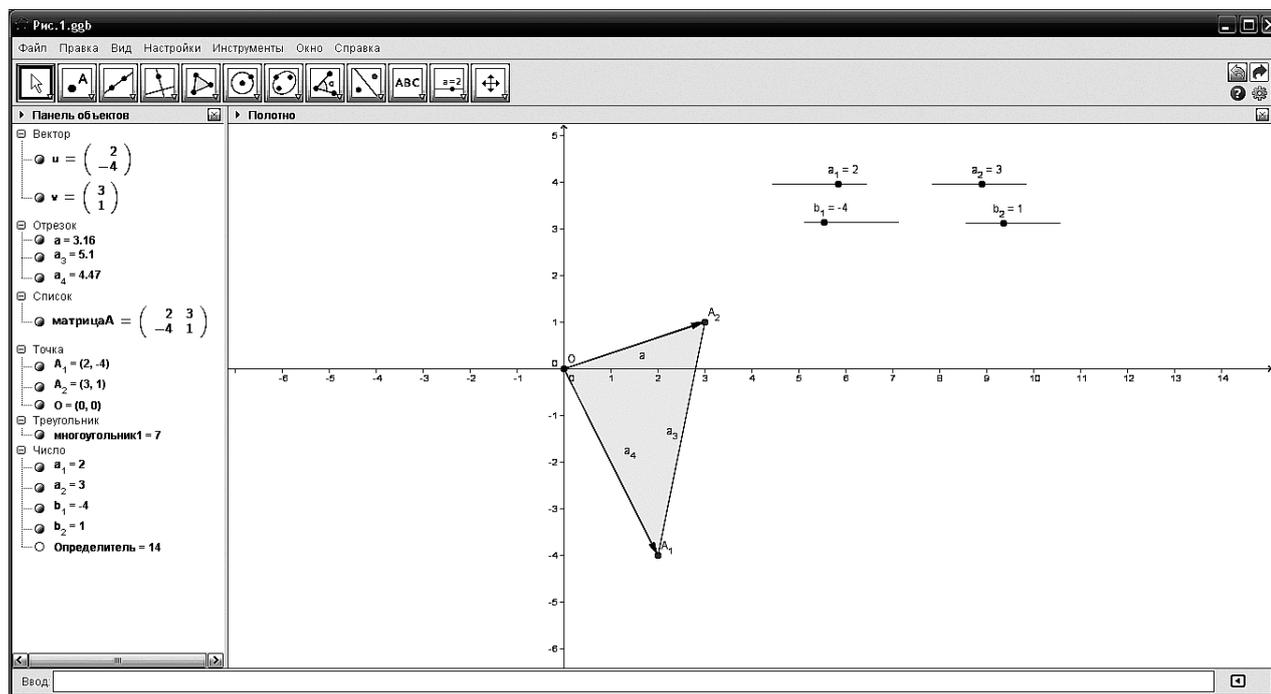


Рис. 1. Геометрический образ матрицы $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$

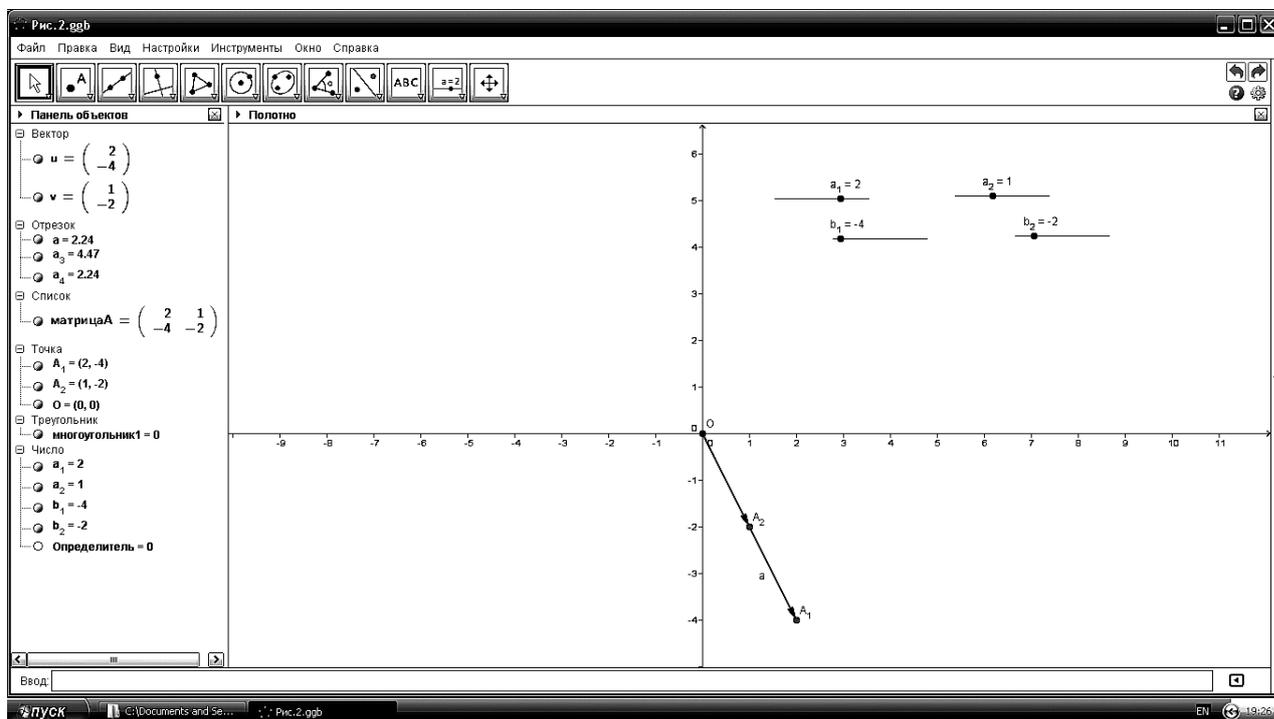


Рис. 2. Геометрический образ матрицы $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ ka_1 & kb_1 \end{pmatrix}$

тами излагаемого материала, но и включить их в активную познавательную деятельность, направленную на выдвижение гипотез о матема-

тических соотношениях и исследование динамической устойчивости и изменчивости свойств математических объектов различной природы.

Список литературы

1. Далингер В.А. Обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода // Вестн. Брян. гос. ун-та. 2011. № 1. С. 297–303.
2. Сербис И.Н. Использование интерактивной геометрической среды при обучении школьников планиметрии // Изв. РГПУ им. А.И. Герцена. 2008. № 63-2. С. 176–179.
3. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике. М., 1986. 255 с.

References

1. Dalinger V.A. Obuchenie matematike na osnove kognitivno-vizual'nogo podkhoda [Teaching Mathematics Using the Cognitive-Visual Approach]. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2011, no. 1, pp. 297–303.
2. Serbis I.N. Ispol'zovanie interaktivnoy geometricheskoy sredy pri obuchenii shkol'nikov planimetrii [Use of the Dynamic Geometry Software in School Plane Geometry Education]. *Izvestiya Rossiyskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. A.I. Gertsena*, 2008, no. 63-2, pp. 176–179.

3. Erdniev P.M., Erdniev B.P. *Ukrupnenie didakticheskikh edinit v obuchenii matematike* [Integration of Didactic Units at Teaching Mathematics]. Moscow, 1986. 255 p.

Erilova Evgeniya Nikolaevna

Postgraduate Student, Institute of Mathematics, Information and Space Technologies,
Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov (Arkhangelsk, Russia)

IMPLEMENTATION OF THE COGNITIVE-VISUAL APPROACH USING *GeoGebra* INTERACTIVE GEOMETRY SOFTWARE

This article proves the importance of the cognitive-visual approach in teaching university students learning mathematics and construction, looks at the essence of this approach and its implementation in teaching a university course in mathematics using software products for educational purposes.

In addition, the paper dwells on the features of such software products as *Cabri Geometry, C.a.R., GeoGebra*, and *GeoNext* and their relevance for learning various topics within the mathematics course. Among the above teaching and learning programs, *GeoGebra* is especially notable. This interactive geometry, algebra, statistics and calculus application was developed by the Austrian mathematician Markus Hohenwarter. The program allows one to create visual representations of various mathematical objects, which is important for learning mathematics. The article comments on the features distinguishing *GeoGebra* from other teaching and learning software products, describes its abilities in detail and provides examples of how to use this application to display isomorphic relationships between the branches of higher mathematics.

The features of *GeoGebra* can be used to study various topics within the university course in mathematics, especially when it comes to teaching its first three branches (linear algebra, vector algebra and analytical geometry) as an integrated Linear Mathematics Module using a variety of isomorphic relationships between particular mathematical structures of the above branches. In addition, the paper identifies the positive aspects of using software products at the university level, both for teachers and students.

Keywords: *cognitive-visual approach, interactive geometry application, GeoGebra.*

Контактная информация:

адрес: 163002, г. Архангельск, Наб. Северной Двины, д. 22;

e-mail: e.n.erilova@narfu.ru

Рецензент – *Шабанова М.В.*, доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры методики преподавания математики института математики, информационных и космических технологий Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова